

Domácí úkol ze cvičení 2:

1. Sepište (co nejlépe) důkaz tvrzení:

Když $f'(x) = g'(x) \in R$ pro $x \in (a, b)$, pak existuje konstanta $c \in R$ tak, že na intervalu (a, b) je $f(x) = g(x) + c$.

2. Najděte Taylorův polynom

a) $T_n^{f,0}(x)$, je-li $f(x) = \sqrt{1+x}$ a $f(x) = \ln(1+x)$;

b) $T_2^{f,0}(x)$, je-li $f(x) = \ln(1 + \sin 2x)$.

3. Odhadněte chybu v aproximaci funkce $f(x) = \sin x$ Taylorovým polynomem 3. stupně pro $|x| \leq \frac{1}{2}$ (a srovnajte s kalkulačkou výpočet (např.) $\sin(0,1)$ a $\sin(0,01)$ pomocí Taylorova polynomu).

4. Užitím Taylorova polynomu spočítejte limity

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \exp(-\frac{x^2}{2})}{x^4}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - x^2 \ln(1 + \frac{1}{x}))$.

(Nápověda, chcete-li, pro příklad b) : zkuste danou limitu u ∞ užitím VLSF „změnit“ na limitu v bodě 0.)